

基于数值模拟的复杂多响应参数综合实验设计

黄鸿琦^{1,3}, 胡洪洋²

(1. 河南工学院 管理学院, 河南 新乡 453003; 2. 新乡航空工业(集团)有限公司, 河南 新乡 453003;
3. 新乡市数字化工厂规划工程技术研究中心, 河南 新乡 453003)

摘要: 由于企业工艺参数实验数据内部机理复杂性难以真实呈现, 教学中用以评价建模效果的标准也难以建立和可视化。为提高学生综合运用知识解决复杂现实问题的能力, 提出一种基于数值模拟的复杂多响应参数综合实验设计方法。教师利用数值模拟的方法模拟复杂多响应参数优化问题, 获取具有优化评价能力的实验数据。学生利用主成分分析、神经网络、响应曲面法等优化方法进行最优参数设计。以教师实验设计的理论最优参数作为评价标准, 可对学生优化方案进行评价分析, 且能够直观观察到复杂机理关系及最优组合点。通过综合实验的学习, 学生能够直观地对比分析各方法优化效果的优劣, 从而提升探究、分析与解决问题的思维能力, 有助于综合能力的培养。

关键词: 数值模拟; 实验教学; 参数优化; 复杂多响应

中图分类号: TP391.9;G434

文献标志码: A

文章编号: 2096-7772-(2025)01-0064-06

0 引言

随着经济迅速发展, 生产工艺及过程愈加复杂, 产品质量也受到多重因素影响。工艺参数优化是质量改进过程中的重要环节, 可在实验设计的基础上找到最优参数组合, 使得多个响应达到整体最优。

由于受到外界多重因素及生产工艺复杂性的影响, 现实生产过程中多响应参数优化存在复杂多响应问题^[1-2], 包括响应间的相关性、高度复杂的非线性和响应的多极值等问题。有学者利用神经网络、遗传算法等智能算法^[3-6]建立了模型, 试图从中搜索全局最优工艺参数组合, 但由于现实数据的复杂性, 生产工艺参数与响应间机理关系不明, 故难以评判模型的优劣, 学生也难以理解。数值模拟可通过数值计算和图像显示的方法模拟复杂现实问题^[7-10], 并达到过程结果可视化, 从而提高学生的认知水平。因此, 本文将复杂多响应参数优化方面的科研进展进行优化, 给出了一种利用数值模拟构建复杂多响应问题的模拟实验数据的方法, 利用其已知的映射关系及理论最优点作为模型及最优参数组合的评判准则, 让学生综

合利用所学 Matlab、Minitab 软件及优化方法, 探索模型并找到最优参数组合, 并通过与评判标准对比, 分析方法的可行性、优缺点以及改进措施, 从而锻炼学生的软件操作和数据分析能力, 提高学生对当前工艺参数优化难点问题及智能算法优势的认知。

1 综合实验设计

实验设计的目的是让学生能够综合使用加权主成分分析、响应曲面、正交实验、主效应分析、神经网络等方法和模型解决复杂多响应优化问题。开展该综合实验前, 学生已基本掌握的相关软件及研究方法如表 1 所示。

表 1 学生知识储备

软件	研究方法	涉及课程
Matlab	主成分分析、响应曲面法、	质量管理
Minitab	神经网络、主效应分析	数据处理软件

综合实验设计分为两部分(如图 1 所示), 即教师准备及学生探索。

教师需要根据复杂多响应数据的特征(多响应、高度复杂非线性、多极值、响应相关性), 制定正交

收稿日期: 2024-07-15

基金项目: 河南省高等学校重点科研项目(24A630009)

第一作者简介: 黄鸿琦(1991—), 女, 河南新乡人, 讲师, 硕士, 主要从事质量工程、人工智能研究。

实验数据表, 并找出理论参数最优组合点, 以此作为学生优化结果的评价标准。学生要根据教师提供的实验数据, 使用加权主成分分析法将多响应转化为单响应综合指标, 再分别使用主效应分析法、响应曲面法、神经网络模型等搜索最优参数组合。最终, 将优化结果与理论最优进行对比分析, 让学生领悟不同方法的优化效果。

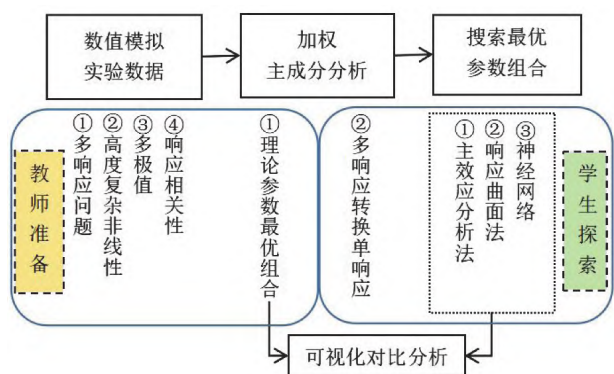


图1 综合实验设计思路

2 基于数值模拟构造实验数据

该阶段需要教师根据复杂多响应参数优化问题模拟构造实验数据。

2.1 复杂多响应实验数据构造方法

(1) 建立 p 个 ($n \geq 2$) 复杂多极值函数, 分别模拟响应 $y_1, y_2, \dots, y_p$ 与 q 个参数因子 $x_1, x_2, \dots, x_q$ 间复杂的映射关系, 以模拟质量特性数目多、高度复杂的非线性和响应的多极值的问题。

(2) 模拟实验设计预设各参数水平, 将模拟的各组参数组合分别代入 p 个复杂多极值函数, 得到各组实验响应值, 模拟存在复杂参数问题的实验数据。

(3) 判别响应相关性, 对模拟实验设计所得响应进行相关性分析及显著性检验, 若显著相关, 则符合研究背景假设, 即模拟实验的响应间具有相关性, 否则重返 (1)。

基于以上 (1) 至 (3), 所得数值模拟实验数据符合复杂多响应问题研究背景, 因此, 作为后续方法研究的数据基础。

2.2 模拟复杂多响应实验数据

2.2.1 模拟复杂非线性

为不失一般性, 在多响应参数优化中构建复杂多极值函数, 选取两个因子 x_1, x_2 , 两个响应 y_1, y_2 , 模仿复杂生产过程因子与响应间的非线性关系, 构造函数如式 (1) (2) 所示:

$$y_1 = \sin(4x_1) \cos(4x_2)^2 - \cos(2x_2) + 2 \quad (1)$$

$$y_2 = \sin(4x_1) \cos(4x_2 - 1)^2 - 2 \sin[(x_2 - 0.2)^2] + 3 \quad (2)$$

利用 Matlab 画出因子在 -1 至 1 区间的方程空间结构, 如图 2、3 所示。

各响应与因子间呈现高度复杂的非线性关系, 且响应值在空间中存在多个极值点。因此, 所构造的复杂多极值函数符合质量特性数目多、高度复杂非线性和响应多极值的要求。

2.2.2 模拟实验数据

假设生产过程中, 生产工艺参数因子为 x_1, x_2 , 响应为 y_1, y_2 , 响应 y_1, y_2 的质量特性均为望大特性。模拟实验设计预设各参数水平, 因子 x_1, x_2 分别选取 5 个实验水平: $-1, -0.5, 0, 0.5, 1$, 对其进行全因子实验设计, 并将模拟的全因子实验设计各组参数因子组合分别代入式 (1) 和式 (2) 中, 得到各组实验响应值, 如表 2 所示, 即模拟参数 x_1, x_2 分别设置在 25 组因子水平条件下, 相应的响应测量值为 y_1, y_2 。

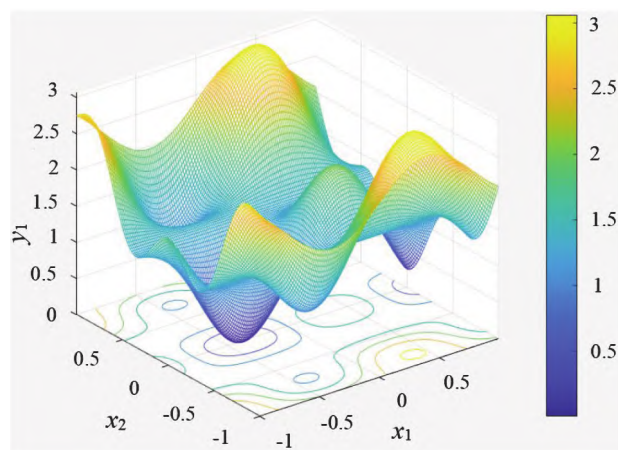


图2 y_1 与 x_1, x_2 间模拟复杂多极值关系

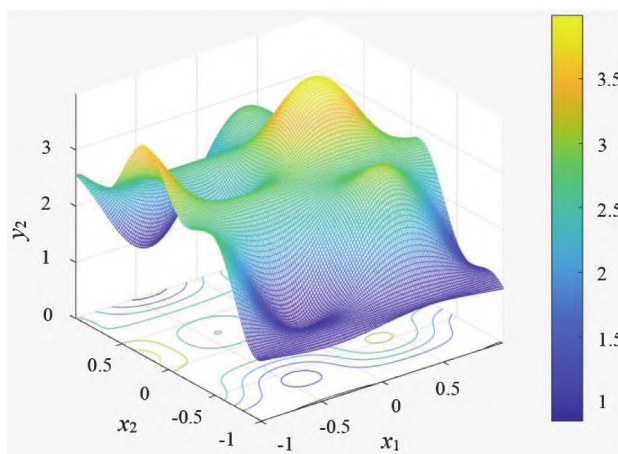


图3 y_2 与 x_1, x_2 间模拟复杂多极值关系

表 2 模拟实验数据

序号	因子		响应		标准化响应		MPI	序号	因子		响应		标准化响应		MPI
	x_1	x_2	y_1	y_2	Y_1	Y_2			x_1	x_2	y_1	y_2	Y_1	Y_2	
1	-1	-1	2.7395	1.0780	1.3942	-1.2042	-1.3289	14	0.5	0	1.9093	3.1855	0.2241	1.2213	0.1897
2	-0.5	-1	2.0276	0.9439	0.3908	-1.3586	-0.6635	15	1	0	0.2432	2.6991	-2.1242	0.6615	1.6903
3	0	-1	2.4161	1.0171	0.9384	-1.2743	-1.0266	16	-1	0.5	1.5908	3.0412	-0.2248	1.0552	0.4597
4	0.5	-1	2.8046	1.0902	1.4859	-1.1902	-1.3898	17	-0.5	0.5	1.3022	2.5548	-0.6316	0.4954	0.5877
5	1	-1	2.0928	0.9562	0.4827	-1.3444	-0.7244	18	0	0.5	1.4597	2.8202	-0.4096	0.8009	0.5179
6	-1	-0.5	1.5908	2.8005	-0.2248	0.7782	0.3808	19	0.5	0.5	1.6172	3.0857	-0.1876	1.1064	0.4480
7	-0.5	-0.5	1.3022	1.1676	-0.6316	-1.1011	0.1327	20	1	0.5	1.3286	2.5993	-0.5944	0.5466	0.5760
8	0	-0.5	1.4597	2.0587	-0.4096	-0.0755	0.2681	21	-1	1	2.7395	2.5473	1.3942	0.4868	-0.8470
9	0.5	-0.5	1.6172	2.9499	-0.1876	0.9501	0.4035	22	-0.5	1	2.0276	0.9144	0.3908	-1.3925	-0.6732
10	1	-0.5	1.3286	1.3170	-0.5944	-0.9292	0.1554	23	0	1	2.4161	1.8056	0.9384	-0.3668	-0.7680
11	-1	0	1.7568	3.1410	0.0091	1.1701	0.3270	24	0.5	1	2.8046	2.6968	1.4859	0.6588	-0.8628
12	-0.5	0	0.0907	2.6546	-2.3391	0.6103	1.8277	25	1	1	2.0928	1.0639	0.4827	-1.2205	-0.6891
13	0	0	1.0000	2.9200	-1.0575	0.9157	1.0087								

2.3.3 模拟响应值的相关性检验

利用 Minitab 软件对模拟响应值 y_1 、 y_2 作相关性分析，当 $\alpha=0.05$ 时， y_1 和 y_2 的 Pearson 相关系数 = -0.402， P 值 = 0.046（小于 0.05）， y_1 、 y_2 之间的关系具有统计上的显著性。因此，所构造的复杂多极值函数符合响应间存在相关性的研究问题要求。

基于以上，模拟复杂多响应实验数据符合复杂多响应问题的研究要求，教师可将实验数据发布，让学生进行参数寻优。

3 加权主成分分析

3.1 多响应绩效指标

学生需要利用加权主成分分析法解决响应间相关性问题，将方差贡献率作为各主成分的权重得出加权，以此作为评价多个响应的整体评价指标，即多响应综合绩效指标 MPI ，将多目标优化问题转换为单目标优化问题。

对两个响应的模拟测量值 y_1 、 y_2 进行标准化处理，得到 Y_1 、 Y_2 ，结果如表 2 所示。

利用 Minitab 软件对两个响应做主成分分析，主成分分别用 Z_1 、 Z_2 表示，其特征值及特征向量如表 3 所示。

表 3 主成分分析

主成分	初始特征值			特征向量	
	特征值	方差比率	累积比率	Y_1	Y_2
1	1.402	0.701	0.522	-0.707	-0.707
2	0.598	0.299	1.000	0.707	-0.707

将主成分系数作为响应权重得到主成分 Z_1 与 Z_2 ：

$$Z_1 = -0.707Y_1 - 0.707Y_2$$

$$Z_2 = 0.707Y_1 - 0.707Y_2$$

将方差贡献率作为主成分的权重进行加权主成分分析计算，得到多响应绩效指标 MPI ， MPI 的计算结果如表 2 所示。

$$\begin{aligned} MPI &= 0.701Z_1 + 0.299Z_2 \\ &= -0.707Y_1 + 0.285Y_2 \end{aligned}$$

将 Y_1 、 Y_2 的值带入其中，计算得到 MPI 值如表 2 所示。由于两个响应均为望大特性，因此， MPI 值越大，响应综合最优。

3.2 理论最优点

为真实地反映对比效果，首先计算模拟构造的复杂结构中 MPI 真实的最大值点，即模拟现实生产过程中最优参数因子组合。因此，教师需要构造 MPI 与因子 x_1 、 x_2 间真实的映射关系。 y_1 的均值和标准差为（1.750，0.710）， y_2 的均值和标准差为（2.124，0.869）， MPI 与因子 x_1 、 x_2 间递推关系如下。

$$\begin{aligned} MPI &= -0.707Y_1 + 0.285Y_2 \\ &= -0.707(y_1 - 1.750)/0.710 \\ &\quad + 0.285(y_2 - 2.124)/0.869 \\ &= -0.707[\sin(4x_1)\cos(4x_2)^2 \\ &\quad - \cos(2x_2) + 0.25]/0.710 \\ &\quad + 0.285[\sin(4x_1)\cos(4x_2 - 1)^2 \\ &\quad - 2\sin(x_2 - 0.2)^2 + 0.876]/0.869 \end{aligned}$$

为保证理论最优点的准确性，避免算法寻优的局部最优，教师可利用 Matlab 画出上述推导的 MPI

与 x_1 、 x_2 方程的映射曲面 (如图 4、5 所示), 找出最优点的大致范围, 再通过逐试的方法搜索最优点: 当 $x_1 = -0.393$, $x_2 = -0.022$, MPI 最大为 1.9182, 即最优参数水平组合为 $(x_1, x_2) = (-0.393, -0.022)$ 时, 响应达到综合最优。

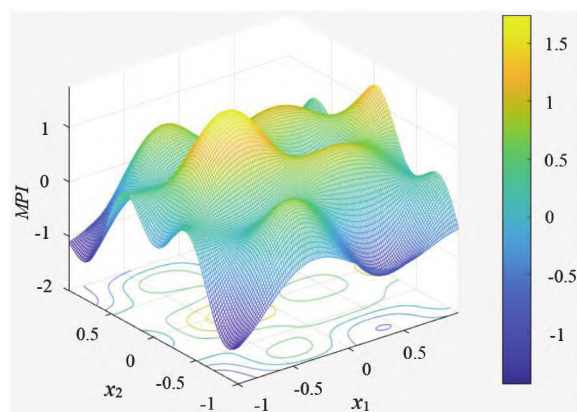


图 4 MPI 与 x_1 、 x_2 间真实的映射关系

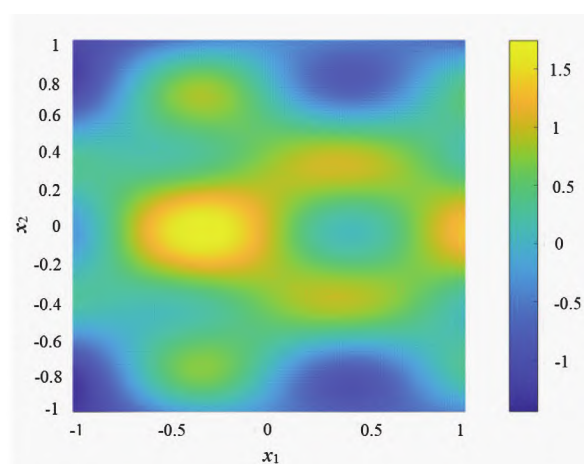


图 5 映射关系的俯视图

4 优化方法对比

4.1 主效应分析法

学生利用 Minitab 软件作 MPI 主效应图 (如图 6 所示), 图中的点是每个因子各个水平的 MPI 变量的平均值, 由于 y_1 、 y_2 为望大特性, MPI 值越大, 该参数水平组合下质量特性综合越优, 即主效应值最大的水平组合为最优参数组合, 最优参数组合为 $(-0.5, 0)$, 与理论最优组合 $(-0.393, -0.022)$ 较为接近, 但难以达到全局最优。理论最值点中 $x_1 = -0.393$ 处于 -0.5 与 0 水平间, $x_2 = -0.022$ 处于 0 与 0.5 水平间, 因此, 若利用主效应图达到全局最优则需要在局部较优范围内增加实验, x_1 在 -0.5 水平和 1 水平附近、 x_2 在 0 水平附近增加实验有望搜索找出全局最优。

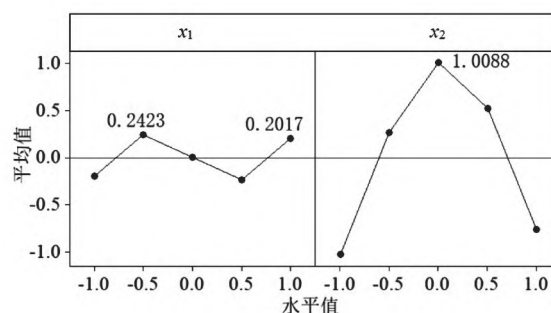


图 6 MPI 主效应图

4.2 响应曲面法

响应曲面法是通过构造多元二次方程, 模拟真实极限状态曲面^[11], 根据拟合度等对模型进行评价^[12], 并从中搜索最优点的方法。利用表 2 中因子 x_1 、 x_2 与 MPI 建立响应曲面模型:

拟合度 $R_{Sq} = 83.8\%$, 拟合度高且与 $R_{Sq}(\text{调整})$ 值 (79.5%) 接近, $R_{Sq}(\text{预测})$ 值 $= 74.38\%$, 预测能力良好。回归方差分析 $P = 0.000$, 表明响应曲面模型构建良好。利用遗传算法搜索响应曲面模型中使得 MPI 达到最大值的参数因子组合: 当 $x_1 = 1.001$, $x_2 = 0.037$ 时, MPI 达到最大值 0.9796。

统计计算结果表明模型构建良好。但对比响应曲面模型与真实的映射关系发现, 响应曲面模型仅能模糊反映映射关系趋势, 真实的曲面关系却未能被真实地反映 (如图 7 所示)。因此, 当响应曲面模型统计结果表明构建良好时, 应通过效应图分析等方法探究其映射关系的真实性和有效性。

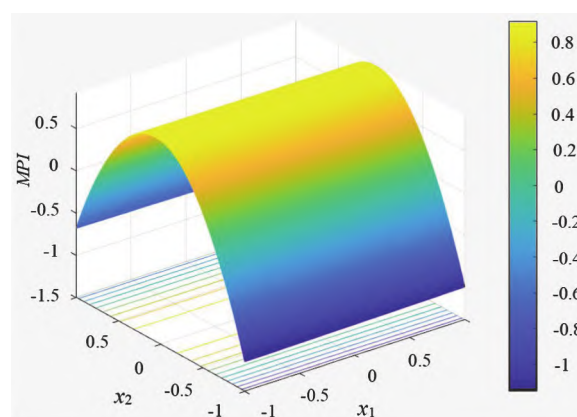


图 7 响应曲面法构建的模型结构

4.3 严格 RBF 神经网络模型

神经网络可以在不了解过程输入与输出之间物理模型机理的情况下, 逼近复杂非线性过程, 能够克服二次多项式模型的局限性^[13, 14], 具有较强的预测能力^[15, 16]。但神经网络建模中可能存在欠拟或超拟现象, 这与模型选择及模型参数选取相关。相对而言, 严格

RBF 神经网络模型构建效果稳定, 主观设置参数少。学生利用严格 RBF 神经网络建模, 可通过自主探索参数设置搜索最优参数组合。散布常数设置为 0.8, 计算残差平方和为 $1.1176e^{-26}$, 构建关系模型如图 8、图 9 所示。

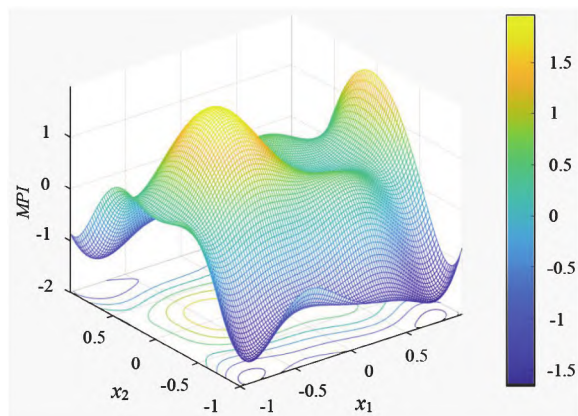


图 8 严格 RBF 神经网络模型构建的模型结构

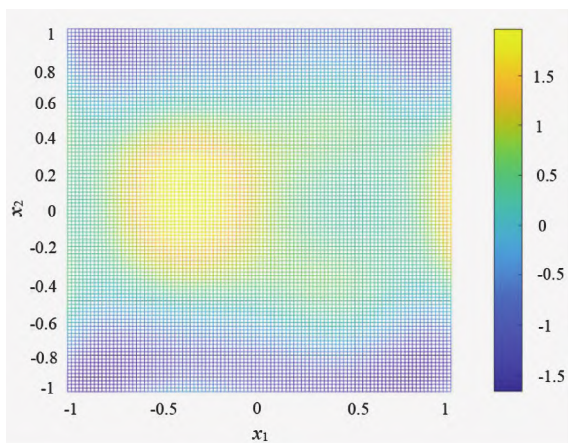


图 9 严格 RBF 神经网络模型映射关系的俯视图

严格 RBF 神经网络模型预测计算最优值为 $x_1 = -0.393$, $x_2 = -0.022$, 该点的 MPI 值为 1.9252。此点与理论最优值 $(-0.393, -0.022)$ 重合, 其 MPI 值与理论最优值 1.9182 的偏差小。

由于模拟实验数据中最大值显著, 因此, 严格 RBF 神经网络模型通过自主学习能够较为真实地反映真实关系中的最大值点, 但显著性不够的局部极大值点没有得到反映。通过对比极小点, 严格 RBF 神经网络模型能够反映极小点分布区域, 但准确性不够。

5 结语

由于复杂生产过程中真实参数数据间的机理关系难以被掌握, 对参数优化的方法难以形成准确的对比分析, 因此, 本文基于质量领域的复杂多响应参数优化难点问题设计了一个综合实验, 模拟复杂生产过程中真实数据间的机理关系, 让学生在内部机理关系

及理论最优参数组合确定的前提下, 对比、分析与解决复杂多响应问题。学生不仅能够运用所学软件及方法, 而且能够在可视化对比分析中评价多种方法的优劣。学生通过综合实验的学习能够发现:

(1) 主效应图分析方法是一种离散型的参数优化方法, 在复杂多响应参数优化方法中能够达到初步判定的作用, 在增加局部实验基础上, 有望达到全局优化效果。

(2) 响应曲面法通常以统计数据拟合度等判定模型的良好性。在统计评判模型良好的条件下, 可能与真实的映射关系存在较大偏差。因此, 响应曲面模型在统计数据良好的条件下, 应该增加实验数据与主效应图等分析, 二次评判模型的良好性。

(3) 在严格 RBF 神经网络模型及参数设置良好的前提下, 其能够较准确反映真实映射关系, 在处理复杂多响应优化问题中表现良好; 其虽能较准确地反映显著性突出的极值点, 但不能准确地反映显著性不够强的极值点。

参考文献:

- [1] 崔庆安. 复杂作用关系过程的区域显著性实验设计及全局建模方法[J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33(9): 2249-2262.
- [2] 吴事浪. 考虑质量损失的复杂多响应问题优化设计研究[D]. 赣州: 江西理工大学, 2015.
- [3] 王挨荣, 陈汉章, 郭微, 等. 基于 BP 神经网络和遗传算法的综采面工艺参数优化研究[J]. 煤炭工程, 2022, 54(4): 62-67.
- [4] 王晓东, 王权, 郑佳玉, 等. 基于 GA-BP 神经网络的注塑质量与能耗的工艺参数优化[J]. 工程塑料应用, 2023, 51(2): 67-73.
- [5] GUO R X, HU W, SONG Q, et al. Improving the tensile shear load of al-mg-si alloy fslw joint by bpnn-ga[J]. Transactions of the Indian Institute of Metals, 2021, 74(6): 1-8.
- [6] HU K M, LI H. Multi-parameter optimization of piezoelectric actuators for multi-mode active vibration control of cylindrical shells[J]. Journal of Sound and Vibration, 2018, 426:166-185.
- [7] 张瑜, 芦星, 彭勤, 等. 数值模拟在水污染控制实验教学中的应用[J]. 实验室研究与探索, 2021, 40(6):237-240.
- [8] 李冬, 王翔宇. 基于材料特征的超声数值模拟仿真模型实验研究[J]. 实验室研究与探索, 2021, 40(3): 107-111.
- [9] LIU Y C, FAN W D, WU M Z. Experimental and numerical studies on the gas velocity deviation in a 600 mwe tangentially fired boiler[J]. Applied Thermal Engineering, 2017, 110: 553-563.
- [10] 夏琼, 蒋代军, 张延杰. 数值模拟方法在土力学实验教学中的应用[J]. 实验技术与管理, 2022, 39(12): 158-162.
- [11] DEEYING J, ASAWARUNGSANGKUL K, CHUTIMA P. Multi-objective optimization on laser solder jet bonding process in head gimbal assembly using the response surface methodology[J]. Optics and Laser Technology, 2018, 98(1):158-168.
- [12] MOHAMMAD R, AHMAD G M. Optimizing the production

- parameters for pellets made from pistachio tree pruning using multi-response optimization[J]. Waste and Biomass Valorization, 2018, 9(7): 1213–1221.
- [13] KHAYET M, COJOCARU C, ESSALHI M. Artificial neural network modeling and response surface methodology of desalination by reverse osmosis[J]. Journal of Membrane Science, 2011, 368: 202–214.
- [14] MARAN J P, SIVAKUMAR V, THIRUGNANASAMBANDHAM K, et al. Artificial neural network and response surface methodology modeling in mass transfer parameters predictions during osmotic dehydration of carica papaya L[J]. Alexandria Engineering Journal, 2013, 52(3): 507–516.
- [15] ALI S, MAHDI B. A New desirability function-based method for correlated multiple response optimization[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2015(76): 1047–1062.
- [16] 乔雪涛, 周世涛, 李优华, 等. 基于 RBF 神经网络模型的数控车床主轴箱优化设计 [J]. 制造技术与机床, 2023(5): 98–104.

Comprehensive Experimental Design of Complex Multi-response Parameters Based on Numerical Simulation

HUANG Hongqi^{1,3}, HU Hongyang²

(1.School of Management, Henan Institute of Technology, Xinxiang 453003, China;

2.AVIC Xinxiang Aviation Industry (Group) Co., Ltd, Xinxiang 453003, China;

3.Xinxiang City Digital Factory Planning Engineering Technology Research Center, Xinxiang 453003, China)

Abstract: Because of the complexity of the internal mechanism of enterprise parameter experimental data, it is difficult to truly present, and the standards used to evaluate the modeling effect in teaching are difficult to establish and visualize. In order to improve students' ability to solve complex practical problems by using knowledge comprehensively, a complex multi-response parameter integrated experiment design method based on numerical simulation was proposed. Teachers use numerical simulation methods to simulate complex multi-response parameter optimization problems and obtain experimental data with optimization evaluation ability. Students use principal component analysis, neural network, response surface method and other optimization methods to design the optimal parameters. Using the theoretical optimal parameters of teachers' experimental design as evaluation criteria, the students' optimization scheme is evaluated and analyzed, and the complex mechanism relationship and the optimal combination point can be directly observed. Through the study of comprehensive experiments, students can intuitively compare and analyze the advantages and disadvantages of the optimization effects of various methods, so as to improve the thinking ability of exploration, analysis and problem solving, which is conducive to the cultivation of comprehensive ability.

Key words: numerical simulation; experimental teaching; parameter optimization; complex multi-response
(责任编辑 陈秀娟)